

Lokale Beleuchtungsmodelle

Proseminar GDV, SS 05

Alexander Gitter

Betreuer: Dirk Staneker

EBERHARD KARLS

UNIVERSITÄT
TÜBINGEN

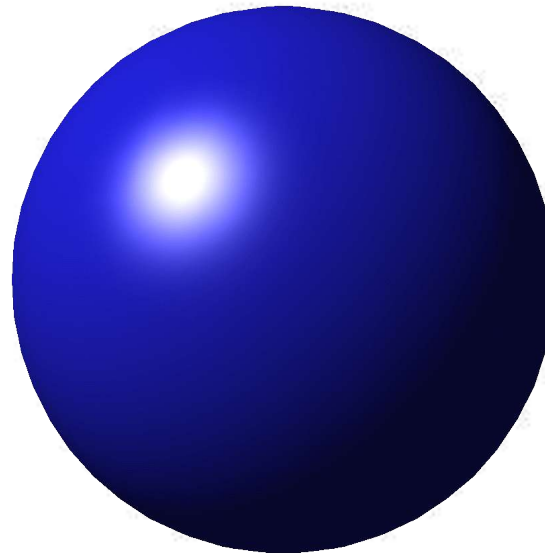
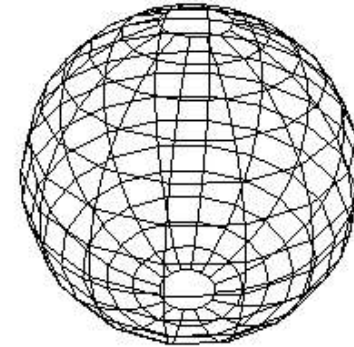


Wilhelm-Schickard-Institut für Informatik
Graphisch-Interaktive Systeme

Sand 14

D-72076 Tübingen

Was sind lokale Beleuchtungsmodelle?



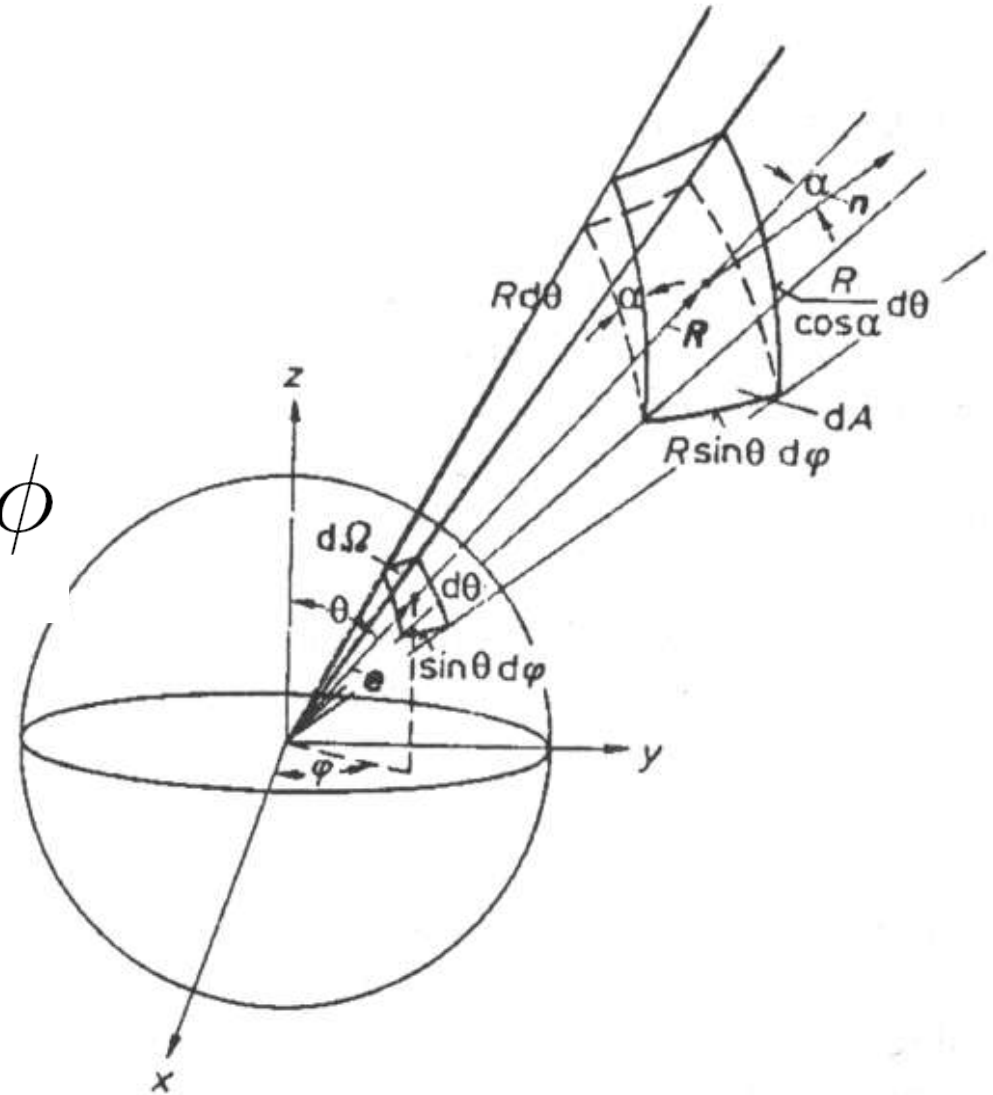
- Physikalische Grundlagen
 - Radiometrische und photometrische Grundgrößen
 - Strahlungsaustausch zwischen Oberflächen
- Beleuchtungsmodelle
 - Lichtquellen
 - Lokale Beleuchtungsmodelle
- Schattierungsverfahren
 - Flat-Shading
 - Gouraud-Shading
 - Phong-Shading

Raumwinkel

$$d\Omega = \sin \theta d\theta d\phi$$

$$dA = \frac{R^2}{\cos \alpha} \sin \theta d\theta d\phi$$

$$d\Omega = \frac{\cos \alpha}{R^2} dA$$



Physikalische Grundlagen – Radiometrische Grundgrößen

- Strahlungsenergie Q_e [J]

- Strahlungsenergiedichte

$$U_e = \frac{dQ_e}{dV}$$

- Strahlungsleistung

$$\Phi_e = \frac{dQ_e}{dt}$$

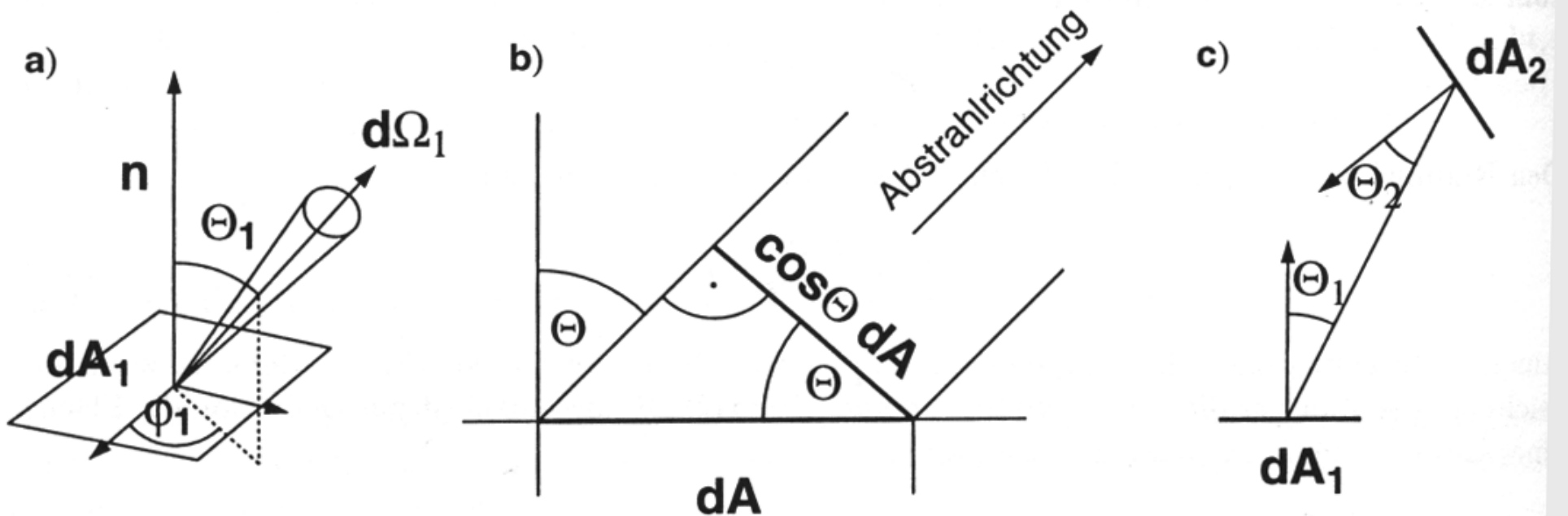
$$d\Phi_e = I_e d\Omega_1 \quad \text{oder auch} \quad I_e = \frac{d\Phi_e}{d\Omega_1}$$

- Bestrahlungsstärke
- Strahlstärke / Intensität

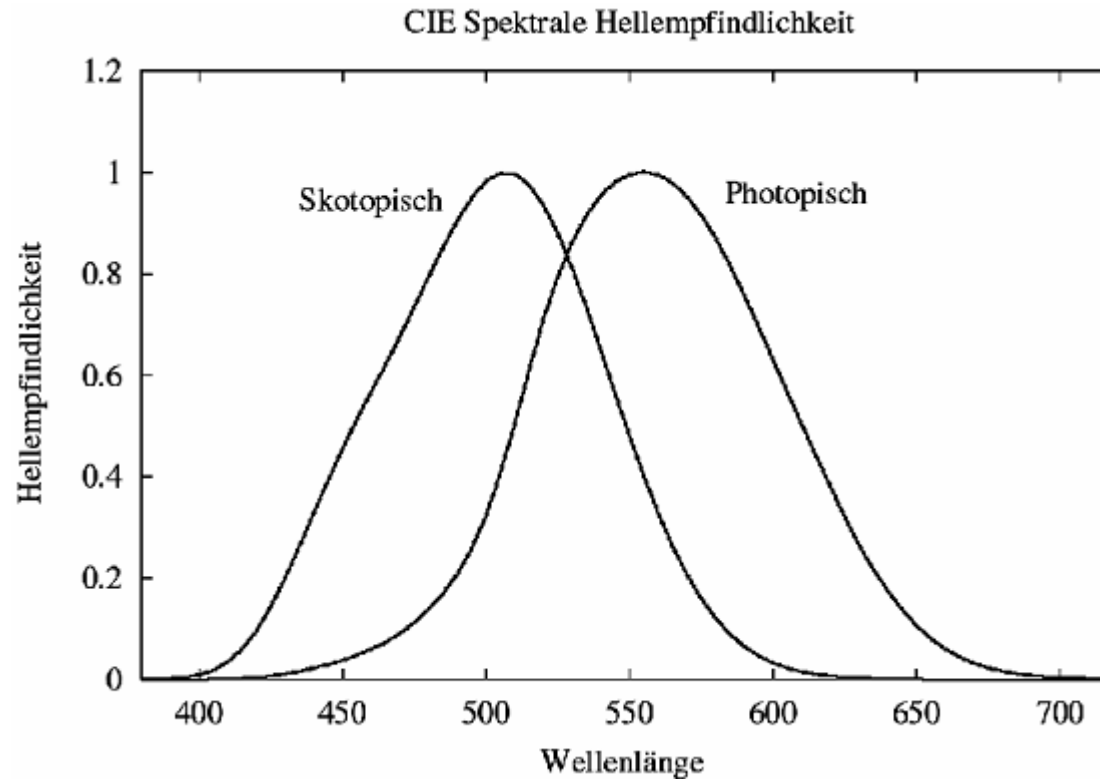
$$E_e = \frac{d\Phi_{e2}}{dA_2} = I_e \frac{\cos \alpha_2}{R^2}$$

Physikalische Grundlagen – Radiometrische Grundgrößen

- Spezifische Ausstrahlung $M_e = \frac{d\Phi_{e1}}{dA_1}$



- Strahldichte $L_e = \frac{dI_{e1}}{dA_1 \cos \theta_1}$



Hellempfindlichkeitsfunktionen

- V (skotopisches Sehen = dunkeladaptiertes Auge)
- V' (photopisches Sehen = helladaptiertes Auge)

Gewichtung der strahlungstechnischen Größen X_e mit den Hellempfindlichkeitsfunktionen ergibt die photometrischen Größen X_v

$$X_v = Km \int_{360}^{830} X_{e\lambda}(\lambda) V(\lambda) d\lambda$$

$$X'_v = Km' \int_{360}^{830} X_{e\lambda}(\lambda) V'(\lambda) d\lambda$$

Lichtstärke I_v [cd] ist das Gegenstück zur Strahlstärke I_e

1 cd = Lichtstärke einer Strahlungsquelle mit monochromatischer Strahlung der Frequenz 540 Thz (ca. 555 nm) und der Strahlstärke $683^{-1} \text{ Wsr}^{-1}$

$$Km = 683 \frac{\text{cd}}{\text{Wsr}^{-1}} \text{ und } Km' = 1725 \frac{\text{cd}}{\text{Wsr}^{-1}}$$

Emission

- Emission wird von der Strahldichte bzw. Leuchtdichte beschrieben
- Im Allgemeinen ist die Strahldichte von der Emissionsrichtung und der Wellenlänge abhängig $L'_\lambda(\lambda, \phi, \theta)$
- Gesamte Emission erhält man durch Integration über alle Wellenlängen

$$L'(\phi, \theta) = \int_{\lambda} L'_\lambda(\lambda, \phi, \theta) d\lambda$$

Emission

Ist die Leuchtdichte richtungsunabhängig erscheint eine Fläche aus jeder Richtung gleich hell. Oberflächen mit dieser Eigenschaft heißen *Lambert'sche Strahler*.

$$\text{Aus } L_e = \frac{dI_{e1}}{dA_1 \cos \theta_1} \text{ folgt } dI = L dA_1 \cos \theta_1$$

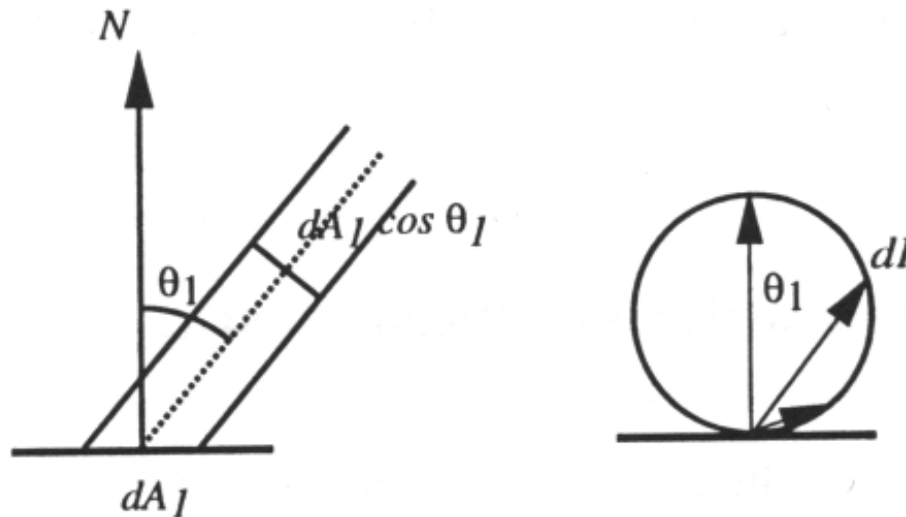
Lambertsches Cosinusetz (1760)

Die Strahlstärke eines Lambertschen Strahlers ist proportional zum Cosinus des Winkels zwischen Flächennormaler und Ausstrahlungsrichtung.

Emission

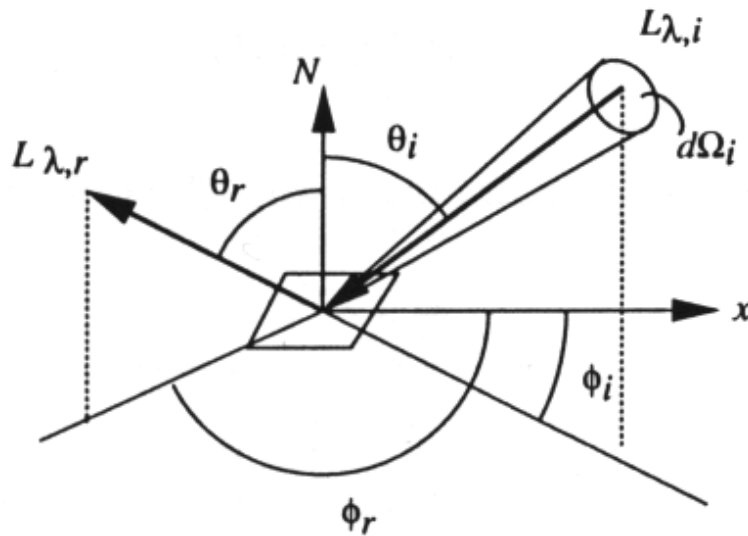
Lambertsches Cosinusetz (1760)

Die Strahlstärke eines Lambertschen Strahlers ist proportional zum Cosinus des Winkels zwischen Flächennormaler und Ausstrahlungsrichtung.



Reflexion

Reflexion zwischen Oberflächen wird beschrieben durch das Verhältnis zwischen reflektierter Strahldichte zur einfallenden Bestrahlungsstärke (spektraler Reflexionsfaktor)



Index i bezeichnet einfallende Größen, Index r die Größen der reflektierten Strahlung

$$\rho_{\lambda}(\lambda, \phi_r, \theta_r, \phi_i, \theta_i) = \frac{L_{\lambda,r}(\lambda, \phi_r, \theta_r)}{E_{\lambda,i}(\lambda, \phi_i, \theta_i)} = \frac{L_{\lambda,r}(\lambda, \phi_r, \theta_r)}{\int L_{\lambda,i}(\lambda, \phi_i, \theta_i) \cos \theta_i d\Omega_i}$$

Reflexion

In der englischen Literatur wird diese Größe „bidirectional reflection distribution function“ (BRDF) genannt.

Eigenschaften der BRDF:

- Reziprozität (Einfalls- und Ausfallsrichtung können vertauscht werden)
- Anisotropie (wird die Fläche um ihre Normale verdreht ändert sich der Anteil des reflektierten Lichtes)
- Licht aus mehreren Richtungen in einem Punkt können linear überlagert werden

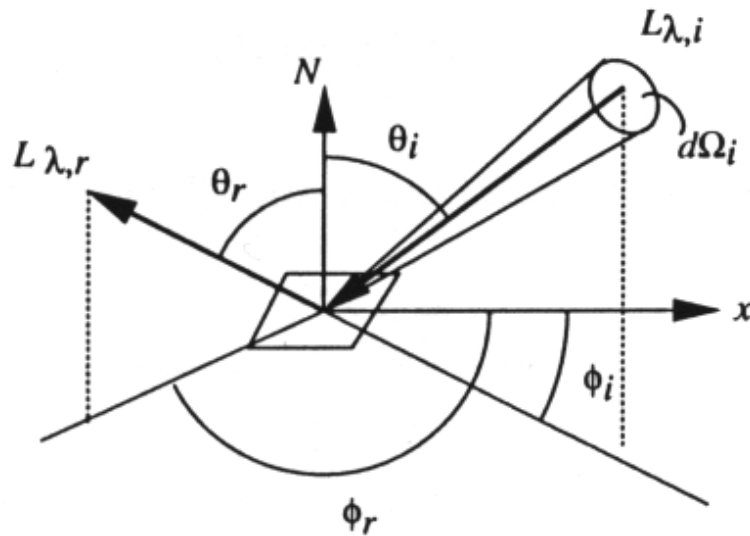
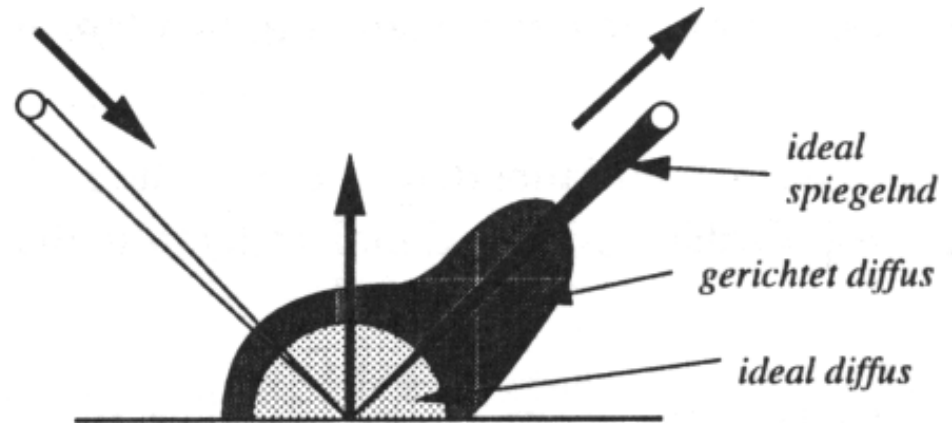
In der GDV wird stattdessen, besonders bei den empirischen Beleuchtungsmodellen, mit dem Reflexionsgrad r gearbeitet.

$$r_{\lambda} = \frac{E_{\lambda,r}}{E_{\lambda,i}}, \quad 0 \leq r_{\lambda} \leq 1$$

Ideal diffuse Reflexion

Lambert'sche Reflexion:

reflektierte Leuchtdichte ist unabhängig von der Abstrahlrichtung



$$L_{\lambda,r} = \rho_{\lambda} E_{\lambda,i}(\phi_i, \theta_i)$$

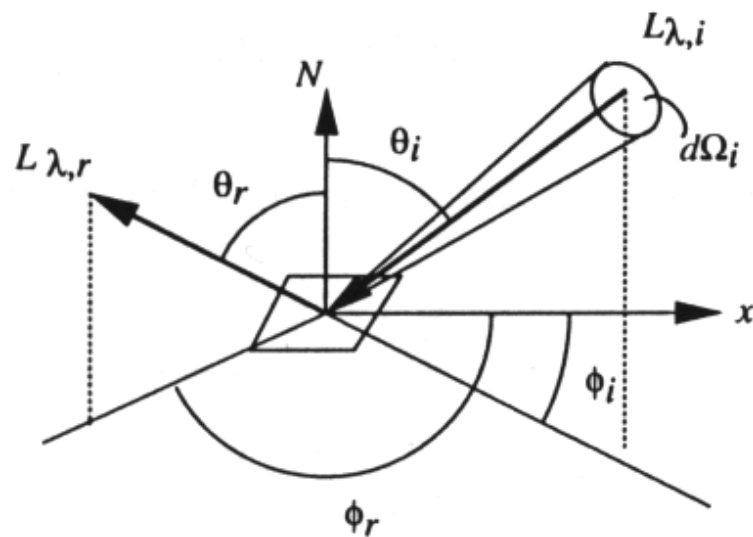
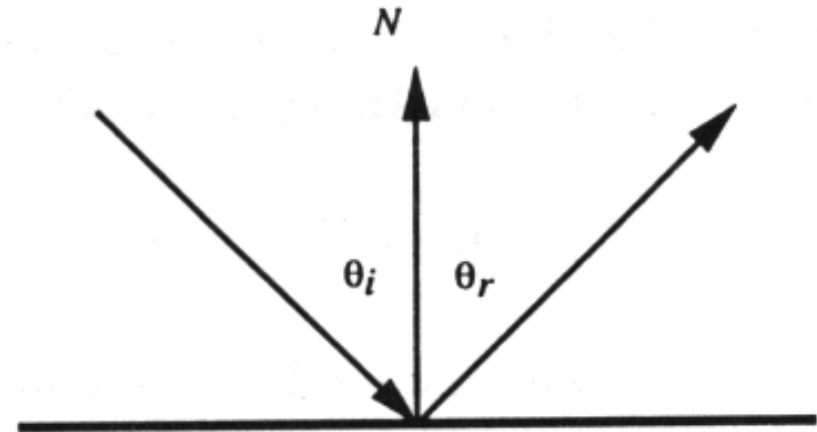
$$M = \pi L_{\lambda,r}$$

$$\rho_{\lambda} = \frac{M}{\pi E_{\lambda}} \left[\frac{1}{sr} \right]$$

Physikalische Grundlagen – Strahlungsaustausch zw. Oberflächen

Ideal spiegelnde Reflexion

$$\theta_r = \theta_i \quad \text{und} \quad \phi_r = \phi_i + \pi$$



$$\rho_\lambda(\lambda, \phi_r, \theta_r, \phi_i, \theta_i) = \rho_\lambda \delta(\phi_r - \phi_i - \pi, \theta_r - \theta_i)$$

mit $\delta(x) = 0$ für $x \neq 0$

$$\rho_\lambda(\lambda, \phi_r, \theta_r, \phi_i, \theta_i) = \frac{L_{\lambda,r}(\lambda, \phi_r, \theta_r)}{E_{\lambda,i}(\lambda, \phi_i, \theta_i)}$$

Gerichtet diffuse Reflexion (spekulare Reflexion)

- Ideale Reflexionsarten kommen in der Natur nur selten vor
- Spekulare Reflexion wird üblicherweise in einen diffusen und einen richtungsabhängigen Teil aufgeteilt
- Im empirischen Phong-Modell ist der richtungsabhängige Teil

$$r_s = r_{s,0} \cos^m \gamma$$

- $r_{s,0}$ ist Konstante zwischen 0 und 1
- γ ist der Winkel zwischen der Richtung des ideal reflektierten Strahls und der Beobachtungsrichtung
- m gibt an wie schnell das Reflexionsvermögen mit größerem γ abfällt

Umgebungslicht (ambientes Licht)

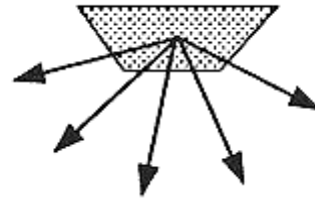
- Keine physikalische Lichtquelle
- Wird genutzt um indirekte Beleuchtungen zu berücksichtigen
- Fällt auf alle Flächen mit gleicher Stärke ein

$$L_a(\lambda) = \rho_a(\lambda) E_a(\lambda)$$

$$L_a = r_a \frac{E_a}{\pi}, \quad 0 \leq r_a \leq 1$$

Diffuse Flächenlichtquelle

a) Diffuse
Flächenlichtquelle



M [lm m^{-2}]

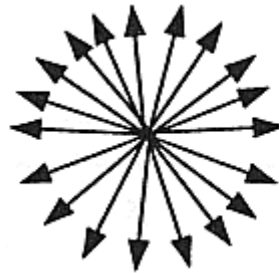
$$M = \pi \cdot L$$

$$dI = \frac{M}{\pi} \cdot dA \cdot \cos \theta$$

Bei kleiner Fläche: $I = \frac{M}{\pi} \cdot A \cdot \cos \theta$

Punktlichtquelle

b) Punktlichtquelle



I [cd]

- Isotrop (in alle Richtungen gleichmäßig sendend)
- Erzielt im Abstand R eine Beleuchtungsstärke von

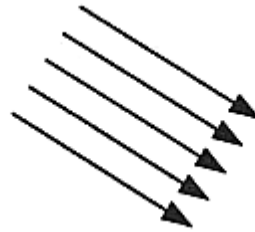
$$E = \frac{I}{R^2} \cdot \cos \theta$$

wobei θ der Lichteinfallswinkel ist

- Ist die Punktlichtquelle weit entfernt verhält sie sich wie eine Richtungslichtquelle

Richtungslichtquelle

c) Richtungslichtquelle



$M \text{ [lm m}^{-2}\text{]}$

- Alle Lichtstrahlen treffen mit derselben Richtung auf (z.B. Sonne)

Goniometrische Lichtquelle

d) Goniometrische Lichtquelle

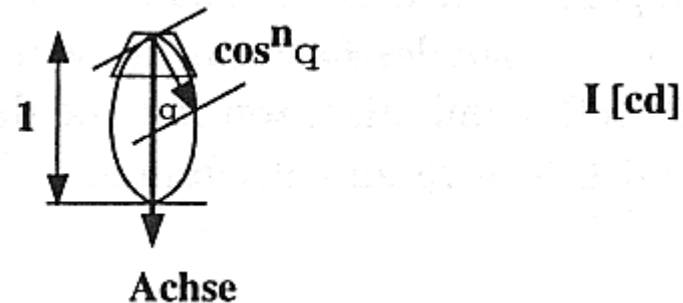


$I \text{ [cd]}$

- Ausbreitungscharakteristik wird in einem Diagramm beschrieben das die Lichtstärke als Funktion des Winkels zur Hauptausbreitungsrichtung angibt

Strahler

e) Strahler



- Lichtausbreitung wird auf einen bestimmten Raumwinkel beschränkt
- Abfall der Lichtstärke vom größten Wert wird bestimmt durch:

$$I = I_0 \cdot \cos^n \theta$$

n bestimmt den beleuchteten Raumwinkel, d.h. die Bündelung

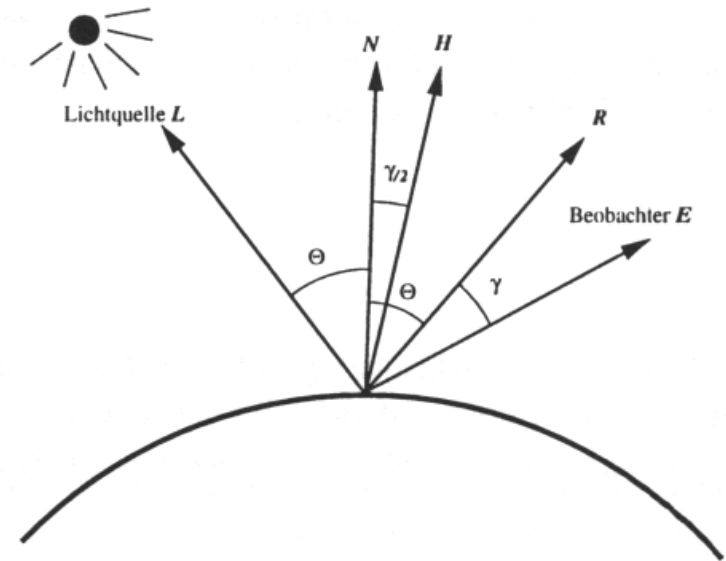
- Beleuchtungsmodelle beschreiben die in einem Punkt der Oberfläche wahrnehmbare Leuchtdichte durch Zusammenwirken von einfallendem Licht und Eigenschaften der Oberfläche
- Effekte wie Strahlungsaustausch zwischen Flächen werden nicht berücksichtigt

Ambientes Licht

$$L_{amb} = r_a \cdot \frac{E_a}{\pi} = r_a \cdot L$$

- L_{amb} ambiente Leuchtdichte
- E_a Beleuchtungsstärke auf Grund des Umgebungslichtes
- r_a ambienter Reflexionsgrad
- L Leuchtdichte des einfallenden Lichtes

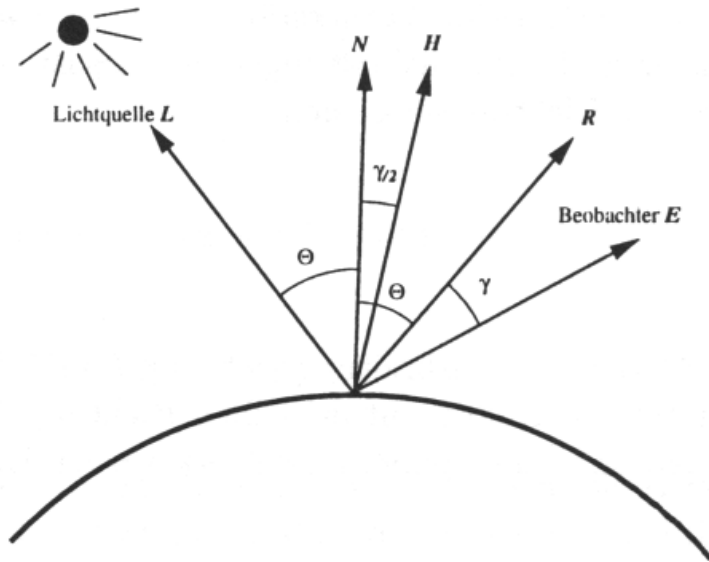
Ideal diffus reflektiertes Licht



$$L_{diff} = \begin{cases} r_d \cdot L \cdot \cos \theta, & \text{falls } |\theta| < 90^\circ \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$
$$= \begin{cases} r_d \cdot L \cdot (\vec{N} \cdot \vec{L}), & \text{falls } (\vec{N} \cdot \vec{L}) > 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

- L_{diff} diffus reflektierte Leuchtdichte
- r_d diffuser Reflexionsgrad
- L Leuchtdichte des einfallenden Lichts
- θ Winkel zw. Flächennormaler und Vektor zur Lichtquelle

Gerichtet diffus reflektiertes Licht (Phong Modell)



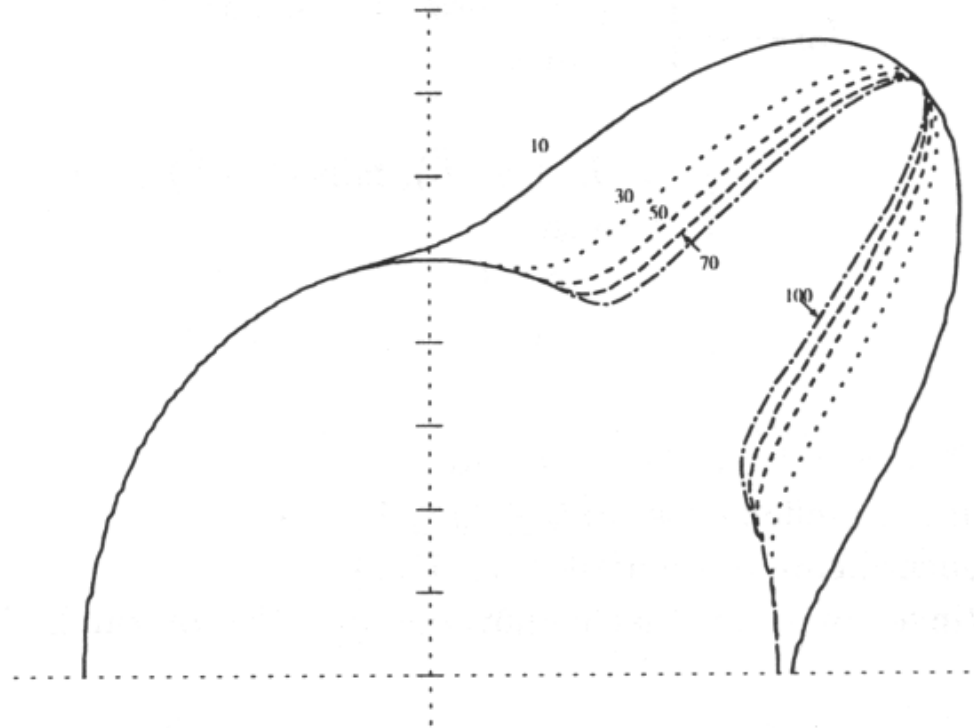
$$L_{spec} = \begin{cases} r_s \cdot L \cdot \cos^m \gamma, & \text{falls } |\theta| < 90^\circ \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

$$= \begin{cases} r_s \cdot L \cdot (\vec{R} \cdot \vec{E})^m, & \text{falls } (\vec{R} \cdot \vec{E}) > 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

$$= \begin{cases} r_s \cdot L \cdot (\vec{H} \cdot \vec{N})^m, & \text{falls } (\vec{H} \cdot \vec{N}) > 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

- L Leuchtdichte des einfallenden Lichtes
- r_s spiegelnder Reflexionsgrad
- L_{spec} spekulare Leuchtdichte
- m gibt die Bündelung des reflektierten Lichtes an

Gerichtet diffus reflektiertes Licht (Phong Modell)



Phong-Modell bei mehreren Lichtquellen:

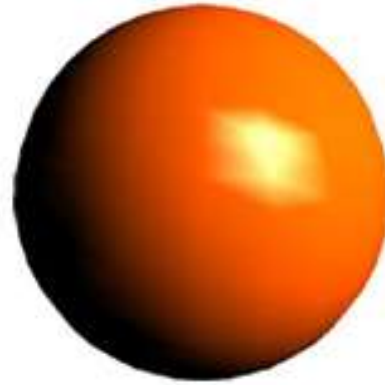
$$L_{Phong} = L_{amb} + \sum_{i=1}^n (L_{diff,i} + L_{spec,i})$$



- Weißt jedem Punkt eines Polygons die gleiche Farbe zu
- Nur einmal pro Polygon muss ein Farbwert berechnet werden

```
for jedes Polygon do
  1. berechne im Objektraum das Beleuchtungsmodell
    an einem Punkt des Polygons
  2. projiziere das Polygon in die Bildebene
  3. fülle das Polygon mit der in Schritt 1 berechneten
    Farbe
end
```

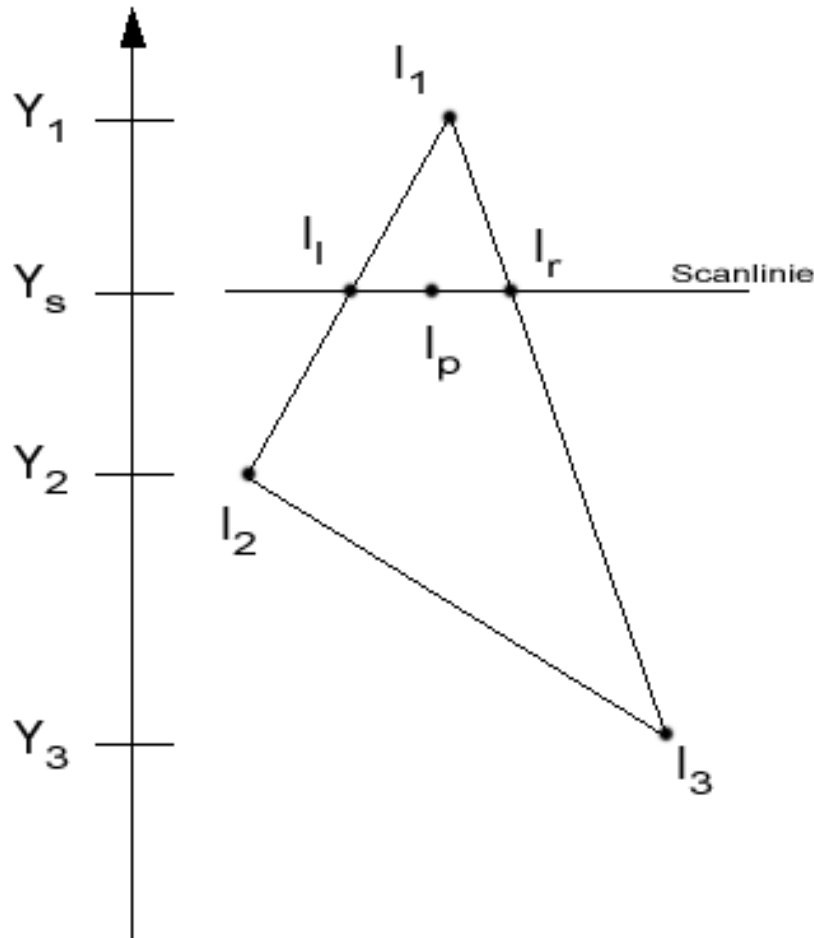
Schattierungsverfahren – Gouraud-Shading



- Interpolation der an den Ecken eines Dreiecks berechneten Farben
- Berücksichtigung eines spekularen Anteils ist nicht sinnvoll

```
1. berechne im Objektraum die Normalenvektoren in den Ecken der Polygone
for jedes Polygon do
  2. berechne im Objektraum das Beleuchtungsmodell an allen Ecken des
    Polygons
  3. projiziere das Polygon in die Bildebene
  for alle vom Polygon überdeckten Scanlinien do
    4. berechne den linear interpolierten Farbwert an der linken und
      rechten Kante des Polygons
    for jedes Pixel der Scanlinie do
      5. berechne den linear interpol. Farbwert des Pixels
    end
  end
end
end
```

Schattierungsverfahren – Gouraud-Shading



$$I_P = (1 - \alpha) \cdot I_l + \alpha \cdot I_r$$

$$\alpha = \frac{X_P - X_l}{X_r - X_l}, \quad 0 \leq \alpha \leq 1$$

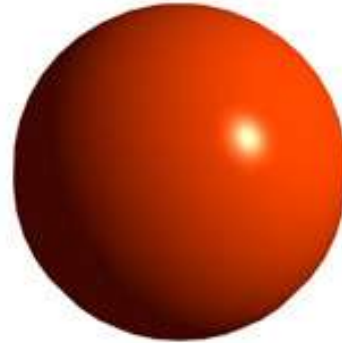
$$I_l = (1 - \beta) \cdot I_1 + \beta \cdot I_2$$

$$\beta = \frac{Y_1 - Y_s}{Y_1 - Y_2}, \quad 0 \leq \beta \leq 1$$

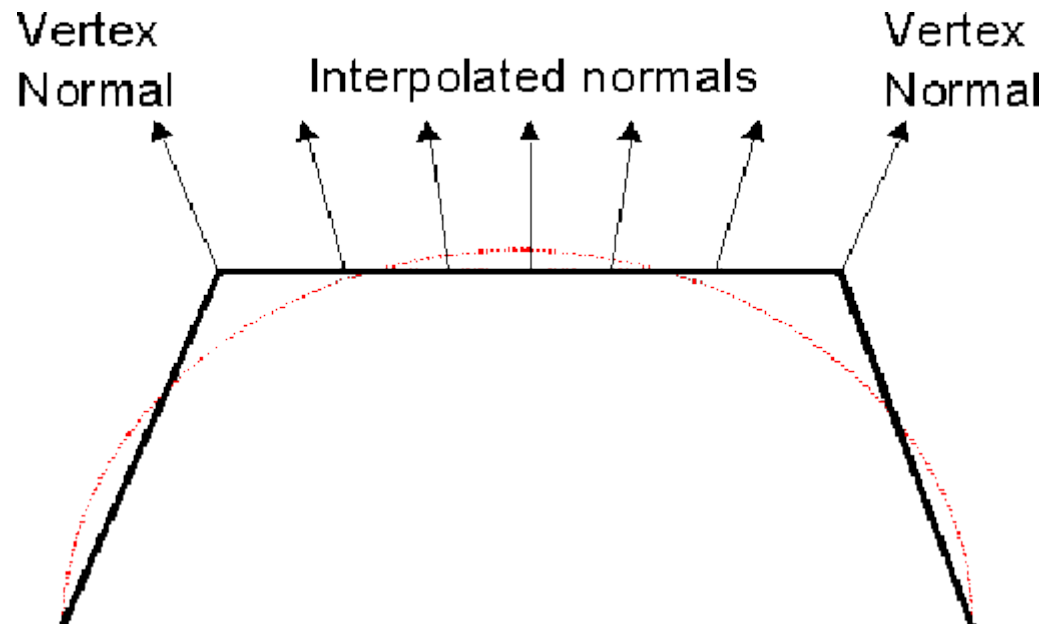
$$I_r = (1 - \gamma) \cdot I_1 + \gamma \cdot I_3$$

$$\gamma = \frac{Y_1 - Y_s}{Y_1 - Y_3}, \quad 0 \leq \gamma \leq 1$$

Schattierungsverfahren – Phong-Shading



- Berücksichtigt auch spiegelnde Effekte
- Interpoliert deshalb nicht die Intensitäten sondern die Normalen

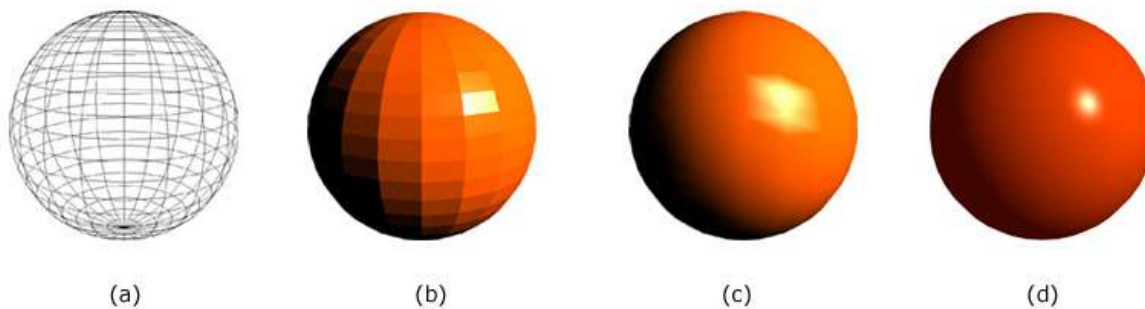
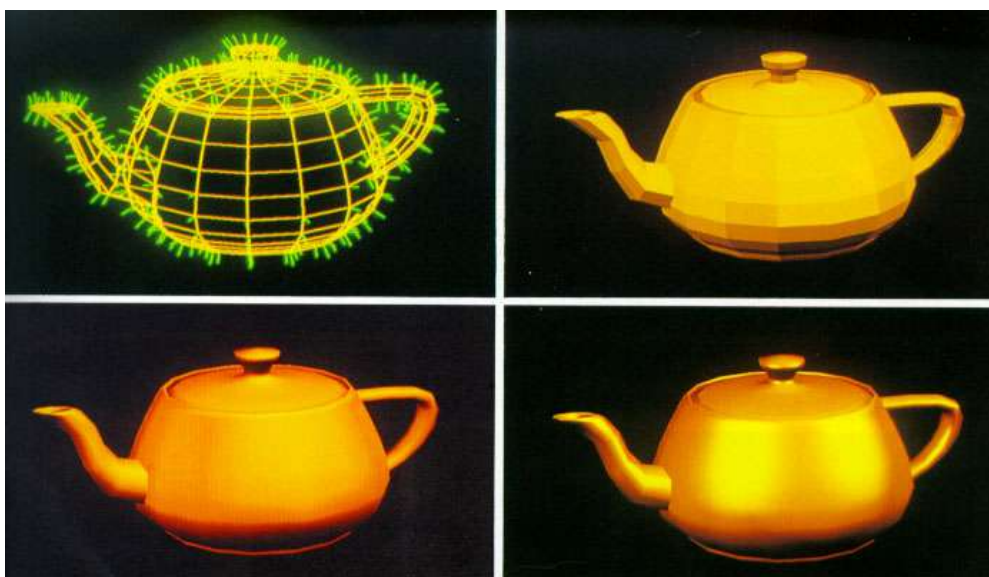
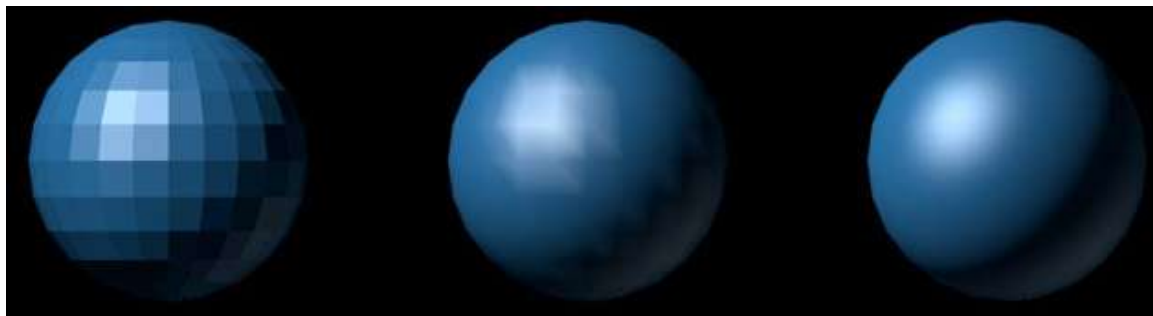


Schattierungsverfahren – Phong-Shading

- Phong-Shading liefert meistens sehr realistisch wirkende Bilder
- Aufwand gegenüber Gouraud ist allerdings sehr groß

```
1. berechne im Objektraum die Normalen in den Eckpunkten der Polygone
for jedes Polygon do
  2. projiziere die Eckpunkte des Polygons in die Bildebene
  for alle vom Polygon überdeckten Scanlinien do
    3. berechne im Objektraum den interpolierten Normalenvektor an der
       linken und rechten Kante des Polygons
    for jedes Polygonpixel der Scanlinie do
      4. berechne im Objektraum den interpolierten Normalenvektor
      5. Normiere den Normalenvektor
      6. berechne im Objektraum das Beleuchtungsmodell und setze das
         Pixel mit dem berechneten Farbwert
    end
  end
end
end
```

Schattierungsverfahren



J. Encarnação, W. Straßer, R. Klein – „Graphische Datenverarbeitung 1“

Donald Hearn, M. Pauline Baker – „Computer Graphics“

Thomas Rauber – „Algorithmen in der Computergraphik“