Physically based Minigolf

Alexander Gitter

Abstract

Im Zuge der Idee den Spielverlauf des Minigolfspiels auf Hans' Handy zu optimieren möchte ich hier ein auf physikalischen Gesetzen beruhendes Programmkonzept vorstellen um eben jenes Spiel nachzuempfinden. Der fertige Simulator soll dann dazu genutzt werden die besten Einstellungen herauszufinden um das Handspiel mit möglichst wenigen Schlägen zu beenden.

1 Einführung

Die wichtigste Voraussetzung um die beste Spielstrategie zu analysieren ist das möglichst genaue Simulieren der Regeln nach denen sich der Ball im Handyspiel bewegt. Hierbei habe ich die Annahme gemacht dass der Ball sich nach stark vereinfachten physikalischen Gesetzmäßigkeiten bewegt. Um jedoch im Vorhinein keine falschen Annahmen einfließen zu lassen muss das physikalische Modell der Simulation auf realistischen Gesetzen der Mechanik beruhen. Dabei werden die Formeln und Algorithmen so gewählt dass durch verschiedene Variablen eine parametrisierte Vereinfachung vorgenommen werden kann.

2 Physikalisches Modell

Vereinfacht wird angenommen dass es sich bei dem Ball um einen einzelnen Massepunkt handelt dessen Reibung sich durch eine Gleitreibung spezifiziert. Das Spielgeschehen lässt sich in einem zweidimensionalen Vektorraum und einigen ergänzenden Betrachtungen zur Beschreibung von Steigungen/Gefällen vereinfacht beschreiben. Die wichtigsten Grundgrößen um die Position des Balles auf dem Spielfeld zu beschreiben ist die Geschwindigkeit als Ableitung der Position nach der Zeit sowie die Beschleunigung als Ableitung der Geschwindigkeit nach der Zeit. Bezeichnungen: $\vec{x}(t)$ Ortsvektor, $\vec{v}(t)$ Geschwindigkeitsvektor, $\vec{a}(t)$ Beschleunigungsvektor, t Zeit.

$$\vec{x} = \vec{x}(t) \tag{1}$$

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{x}(t)}{dt} \tag{2}$$

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}(t)}{dt} \tag{3}$$

Es gilt:

$$\vec{F} = \vec{a} \cdot m \tag{4}$$

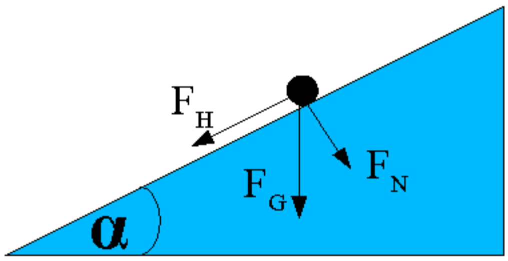

Abbildung 1: Die Kräfte die auf den Ball wirken

Die auf den Ball wirkenden Kräfte sind in Abbildung 1 zusammengefasst. Dabei ist F_G die Gravitationskraft und F_N die Normalkraft. Desweiteren kommt eine Komponente F_R dazu, jene Kraft welche durch Reibung erzeugt wird und entgegen der Geschwindigkeit wirkt. F_R wird in F_H als resultierende Gesamtkraft mit einberechnet. Dabei bestehen folgende Zusammenhänge:

$$\vec{F_G} = \vec{g} \cdot m \tag{5}$$

$$\vec{F_N} = \vec{F_G} \cdot \cos\alpha \tag{6}$$

$$\vec{F_H} = \vec{F_G} \cdot \sin\alpha + \vec{F_R} \tag{7}$$

Zur Berechnung der Reibungskraft sind in diesem Modell zwei Abhängigkeiten zu beachten:

$$\vec{F_{R_1}} = -\vec{v} \cdot R \quad (8)$$

$$\vec{F_{R_2}} = \mu \cdot \vec{F_N} \quad (9)$$

Um die Gesamtreibungskraft zu ermitteln habe ich (8) und (9) kombiniert. Die Geschwindigkeit lässt sich über das teilen durch ein exponentiell Vielfaches ihres Betrages in der Berechnung entsprechend gewichten. μ und R werden bei der Zusammenfassung miteinander multipliziert, die entstehende Konstante habe ich wieder μ genannt. Desweiteren habe ich eine Konstante R hinzugefügt die ein schnelles Vereinfachen des Modells erlaubt.

$$\vec{F_R} = -\frac{\vec{v}}{|\vec{v}|^c} \cdot |\vec{F_N}| \cdot \mu - R \cdot \frac{\vec{v}}{|\vec{v}|} \quad (10)$$

Für die Beschleunigung und die Geschwindigkeit des Balles zum Zeitpunkt t gilt nach (4) und (6):

$$\vec{a}(t) = \frac{\vec{F_G} \cdot \sin\alpha_t + \vec{F_R}(t)}{m} \quad (11)$$

Eine Gleichung für α in Abhängigkeit von der Zeit zu entwickeln ist nicht möglich. Aufgrund der geringen Zeit zwischen den Berechnungsschritten ist es jedoch kein Problem vereinfacht anzunehmen dass die Beschleunigung zwischen zwei Berechnungsschritten gleichmäßig verläuft.

$$\vec{v}(t) = \vec{v_0} + t \cdot \vec{a}(t) \quad (12)$$

v_0 ist hierbei die Geschwindigkeit am Anfang des Berechnungsschrittes.

$$\vec{x}(t) = \frac{\vec{a}}{2} \cdot t^2 + \vec{v_0} \cdot t + \vec{x_0} \quad (13)$$

x_0 ist hierbei die Position am Anfang des Berechnungsschrittes.

Im Handyspiel wird der Anfangsgeschwindigkeitsvektor durch Richtung (weiße Punkte) und Betrag („Kraft“) bestimmt. Eine weitere Komponente („Beschl.“) addiert dazu noch einen weiteren Vektor hinzu der für eine gewisse Ungenauigkeit des Abschlages sorgt.

Der Ball ist zum Zeitpunkt t_e endgültig zum Stillstand gekommen wenn gilt:

$$\vec{v}(t_e) = 0 \text{ und } \vec{a}(t_e) = 0$$

Bei der Kollision mit einer Wand wird von einem idealen unelastischen Stoß ausgegangen. Dabei ist es auch hier wieder möglich diese Komponente aus dem Modell komplett auszublenden indem die Masse der Wand m_w als 0 einbezogen wird.

$$\vec{v'} = \frac{m_b}{m_b + m_w} \cdot \vec{v} \quad (14)$$

v Geschwindigkeit vor dem Stoß, m_b Masse des Balls, m_w Masse der Wand.

3 Implementierung

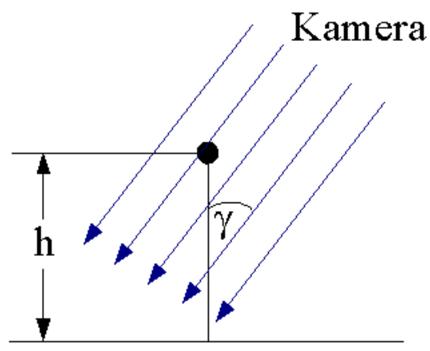

Abbildung 2: Projektion

Das Spiel soll aus einer isometrischen, leicht schrägen Perspektive zu sehen sein, wie in Abbildung 2 gezeigt. Wenn sich der Ball in der Höhe h befindet so muss er auf dem Bildschirm um $-h \cdot \tan\gamma$ Pixel in Richtung der Y-Achse verschoben werden (ausgehend davon dass die linke obere Ecke bei (0,0) liegt). Dabei kann $-\tan\gamma$ hier natürlich als konstanter Wert angenommen werden.

Literatur

[1] D. Meschede.: *Gerthsen Physik*, 22. Auflage, Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, 2004

[2] P. Rennert.: *Kleine Enzyklopädie Physik*, VEB Bibliographisches Institut Leipzig, 1986